

МОДЕЛІ ДВОЯМНОЇ СТРУКТУРИ

Водолазька М. В., аспірант; Нелін Є. А., д.т.н., проф.

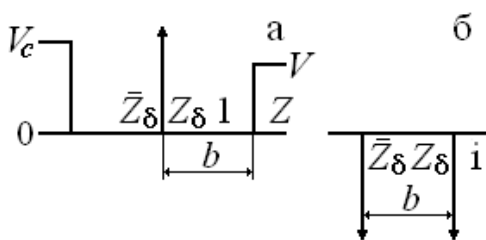
Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна

Двоямна квантово-механічна структура (ДЯС) широко використовується для моделювання систем з двома станами, до яких відносяться молекули ряду речовин, стани електронів, фотонів та інших елементарних частинок [1]. В зв'язку з бурхливим розвитком квантової інформатики ДЯС привертає особливу увагу, оскільки її нижній і верхній стани аналогічні значенням «0» і «1» біта в класичній інформатиці.

У доповіді запропоновано моделі ДЯС на основі імпедансних δ -неоднорідностей [2]. На відміну від традиційних методів вирішення задач квантової механіки модель імпедансних δ -неоднорідностей дозволяє отримати аналітичні рішення та дослідити важливі особливості характеристик структур. Для спрощення перетворень всі імпеданси нормовано зі збереженням характеру імпедансу в дисперсивному і реактивному середовищах.

На рис. 1 приведено дві моделі ДЯС на основі імпедансних δ -неоднорідностей. Знайдемо вхідний імпеданс моделі ДЯС на рис. 1, а. Вхідні імпеданси Z_δ і \bar{Z}_δ визначаються формулами



$$Z_\delta = \frac{Z - ig}{1 - iZg}, \quad \bar{Z}_\delta = Z_\delta + 2i\eta,$$

де $g = \text{tg}k'b$, штрих відповідає середовищу, до імпедансу якого виконано нормування;

$$Z = \sqrt{(E - V)m' / Em}, \quad \eta = \alpha \sqrt{m' / 2E} / \hbar,$$

α — константа, що визначає ефективність бар'єра і дорівнює його «площі»: $\alpha = V_a a$,

V_a і a — висота і товщина бар'єра (індекс «а» відповідає бар'єру); для δ -бар'єра

$$V_a \rightarrow \infty \text{ і } a \rightarrow 0.$$

Вхідний імпеданс ДЯС дорівнює

$$Z_i = \frac{\bar{Z}_\delta - ig}{1 - i\bar{Z}_\delta g} = \frac{Z(1 + 2\eta g - g^2) + 2i(\eta - g)}{1 + 2\eta g - g^2 - 2iZg(1 + \eta g)}. \quad (1)$$

Власним значенням ДЯС відповідає умова узгодження імпедансів. На лівій межі потенціальної ями ця умова має вигляд:

$$Z_i = -Z_c. \quad (2)$$

Знак «-» обумовлений комплексною спряженістю імпедансів Z_c в прямому і зворотному напрямках.

В результаті підстановки (2) в (1) для власних значень ДЯС отримаємо

Рисунок 1. Моделі ДЯС: а — δ -бар'єр в потенціальній ямі, b — відстань між δ -бар'єром і стінкою ями, індекс «с» відповідає зовнішньому середовищу на вході ДЯС, 1 і Z — нормовані імпеданси, Z_δ і \bar{Z}_δ — вхідні імпеданси на лівій межі δ -бар'єра; б — дві δ -ями, b — відстань між δ -ямами, i — нормований імпеданс (нормування виконано до модуля імпедансу зовнішнього середовища на виході ДЯС, $E < 0$), Z_δ і \bar{Z}_δ — вхідні імпеданси правої δ -ями і на правій межі лівої δ -ями.

$$(Zg + i)[Z_c(1 + 2\eta g) + i(2\eta - g)] + (Z_c g + i)(Z - ig) = 0. \quad (3)$$

Якщо зовнішні середовища на вході і виході ДЯС однакові, то $Z_c = Z$ і (3) прийме вигляд $(Zg + i)[Z(1 + \eta g) + i(\eta - g)] = 0$. У цьому випадку власні значення ДЯС визначаються формулами

$$g_I = \frac{\eta + |Z|}{1 - \eta|Z|}, \quad g_{II} = -\frac{1}{|Z|}. \quad (4)$$

Формула для g_{II} відповідає парним за номером власним значенням потенціальної ями без δ -бар'єра. При цих значеннях δ -бар'єр не впливає, оскільки хвильові функції непарні з нулем посередині ями. Якщо $V = V_c = \infty$, то $|Z| = \infty$ і з (4) отримаємо відомі результати: $g_I = -\eta^{-1}$ і $g_{II} = 0$.

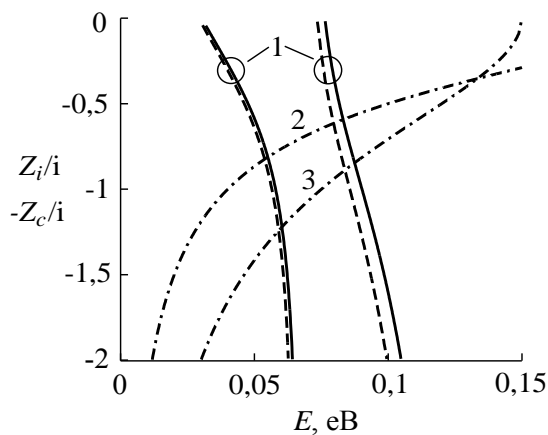


Рисунок 2. Залежності вхідного імпедансу ДЯС (1) і імпедансу зовнішнього середовища (2, 3). $V=0,15\text{eV}$, $b=1,5\text{ нм}$, $\alpha=0,15\text{ eV}\cdot\text{нм}$, $m = m' = m_0$, де m_0 — маса електрона; $V_c=0,2\text{eV}$, $m_c = 4m_0$ (2); $V_c=V$, $m_c = m_0$ (3).

На рис. 2 власні значення ДЯС визначають абсциси точок перетину залежностей 1 з залежностями 2 і 3. Ці значення співпадають з (3) і (4). Штриховими лініями на рис. 2 показано залежності вхідного імпедансу ДЯС зі скінченним бар'єром, що ілюструють відповідність характеристикам δ -моделі; параметри бар'єра: $V_a=1,5\text{ eV}$, $a=0,1\text{ нм}$.

Розглянемо ДЯС на основі δ -ям (рис. 1, б). У цьому випадку $Z_\delta = i(1 + 2\eta)$, $\eta = \alpha\sqrt{m'/2|E|}/\hbar$, $g = ih$, $h = \text{th}(|k'|b)$ і

$$Z_i = i \left[1 + \frac{4\eta(\eta h - 1)}{1 + h(1 - 2\eta)} \right]. \quad (5)$$

На рис. 3 наведено залежності вхідного імпедансу ДЯС згідно (5). Власні значення ДЯС визначають абсциси точок перетину залежностей і горизонтальних ліній, що відповідають, згідно (2), $-Z_c/i$. На рис. 3 показано такі точки для $Z_c = 2i$ ($m_c = 0,25m_0$).

Після перетворень для власних значень ДЯС одержимо

$$\exp(-2|k'|b) = 1 - \frac{1}{\eta} \left[1 + \frac{2(\eta - 1)}{2\eta + 1 - |Z_c|} \right]. \quad (6)$$

При $|Z_c| = 1$ маємо $\exp(-|k'|b) = |\eta^{-1} - 1|$.

Рис. 4 ілюструє перехід власних значень ДЯС до власного значення потенціальної ями. Залежності 1 і 2 відповідають (6). Залежності 3 для ДЯС зі скінченними ямами добре узгоджуються з залежностями її δ -моделі 1.

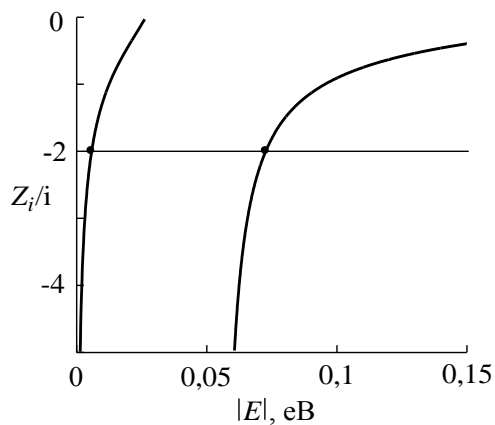


Рисунок 3. Залежності вхідного імпедансу ДЯС. $b=1$ нм, $\alpha=0,1$ еВ·нм, $m = m' = m_0$.

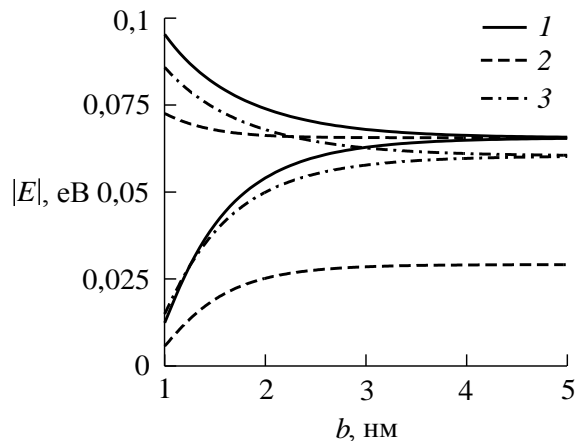


Рисунок 4. Залежності власних значень ДЯС. $\alpha=0,1$ еВ·нм; $m = m' = m_0$. $m_c = m_0$, (1); $m_c = 0,25m_0$ (2); $V_a = -1$ еВ, $a=0,1$ нм (3).

Застосування моделі імпедансних δ -неоднорідностей при моделюванні ДЯС суттєво спрощує аналіз та дозволяє отримати аналітичні вирази для характеристик таких структур. В результаті аналізу особливостей вхідних імпедансних характеристик встановлено імпедансні умови для власних значень ДЯС, розміщеної між середовищами з різними імпедансами.

Перелік посилань

1. Фейнман Р. Фейнмановские лекции по физике. Квантовая механика (вып. 8, 9) / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. — М: Мир. — 1978. — 524 с.
2. Водолазская М. В. Модель импедансных дельта-неоднородностей для микро- и наноструктур / М. В. Водолазская, Е. А. Нелин // Известия вузов. Радиоэлектроника. — 2014. — Т. 57, № 5. — С. 25—34.

Анотація

Запропоновано імпедансні моделі двоямних структур на основі імпедансних δ -неоднорідностей. Отримано аналітичні вирази для вхідного імпедансу і власних значень двоямних структур. Приведено та проаналізовано залежності вхідного імпедансу.

Ключові слова: двоямна структура, імпедансна δ -неоднорідність, вхідний імпеданс.

Аннотация

Предложены импедансные модели двухъямных структур на основе импедансных δ -неоднородностей. Получены аналитические выражения для входного импеданса и собственных значений двухъямных структур. Приведены и проанализированы зависимости входного импеданса.

Ключевые слова: двухъямная структура, импедансная δ -неоднородность, входной импеданс.

Abstract

Impedance models of double well structures based on δ -inhomogeneities are developed. The analytical expressions for input impedance and eigenvalues of double well structures are received. Dependences of input impedance are presented and analyzed.

Keywords: double well structure, impedance δ -inhomogeneity, input impedance.