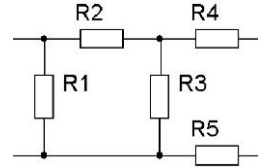


Типові задачі з дисципліни «РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА МОДЕЛЮВАННЯ РАДІОЕЛЕКТРОННИХ КІЛ»

Задача № 1

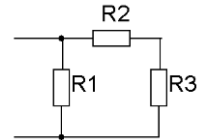
Визначити вхідний опір наведеної схеми у режимах холостого ходу та короткого замкнення на виході.



Розв'язок до задачі № 1

В режимі холостого ходу (х.х.) на виході струм через опори R4 та R5 не тече, ці опори при розрахунках вхідного опору не враховуються (див. схему):

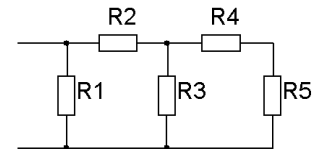
$$R_{\text{вх}} = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}.$$



В режимі короткого замкнення (к.з.) на виході отримуємо схему

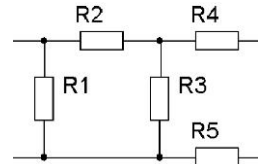
$$R_{345} = \frac{R_3(R_4 + R_5)}{R_3 + R_4 + R_5},$$

$$R_{\text{вх}} = \frac{R_1(R_2 + R_{345})}{R_1 + R_2 + R_{345}}.$$



Задача № 2

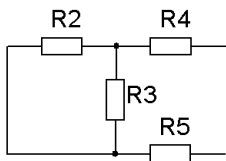
Двічі визначити вихідний опір наведеної схеми – для випадків дії на вході ідеального джерела напруги або ідеального джерела струму.



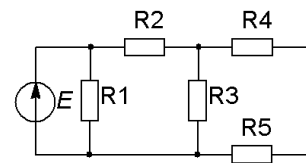
Розв'язок до задачі № 2

Підімкнення до джерела напруги $R_{\text{дж}} = 0$.

Для визначення вихідного опору схема перетворюється.

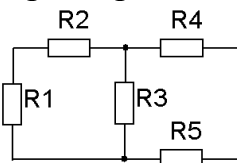


$$R_{\text{вих}} = R_4 + R_5 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}.$$

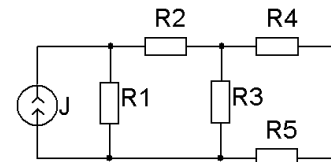


Підімкнення до джерела струму $R_{\text{дж}} = \infty$.

Для визначення вихідного опору схема перетворюється.

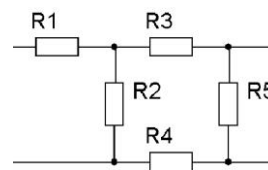


$$R_{\text{вих}} = R_4 + R_5 + \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.$$



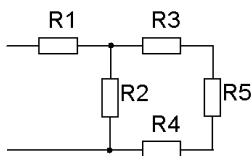
Задача № 3

Визначити вхідний опір наведеної схеми у режимах холостого ходу та короткого замкнення на виході.



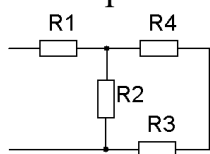
Розв'язок до задачі № 3

Режим холостого ходу (х.х.) на виході:



$$R_{\text{вх}} = R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_4 + R_5)}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5}.$$

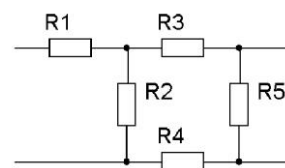
В режимі короткого замкнення (к.з.) на виході:



$$R_{\text{вх}} = R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}$$

Задача № 4

Двічі визначити вихідний опір наведеної схеми – для випадків дії на вході ідеального джерела напруги або ідеального джерела струму.



Розв'язок до задачі № 4

Підімкнення до джерела напруги $R_{\text{дж}} = 0$

Для визначення вихідного опору схему потрібно перетворити.

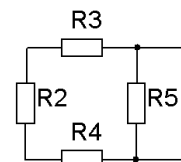
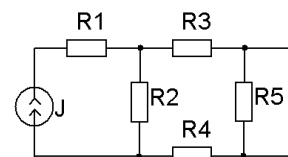
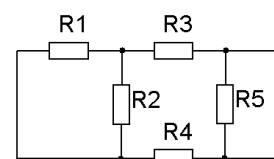
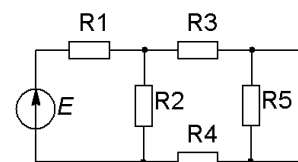
$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2},$$

$$R_{\text{вих}} = \frac{R_5(R_3 + R_4 + R_{12})}{R_5 + R_3 + R_4 + R_{12}}.$$

Підімкнення до джерела струму $R_{\text{дж}} = \infty$.

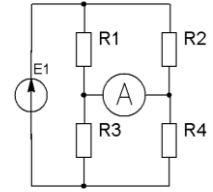
Для визначення вихідного опору схему потрібно перетворити.

$$R_{\text{вих}} = \frac{R_5(R_3 + R_4 + R_2)}{R_5 + R_3 + R_4 + R_2}.$$



Задача № 5

Визначити значення струму, що вимірює амперметр у колі з параметрами: $E_1 = 6 \text{ В}$. Опір амперметра дорівнює $2/3 \text{ Ом}$.

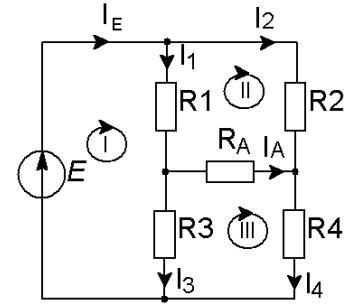


Розв'язок до задачі № 5

Скористаємося методом контурних струмів (МКС). Тоді схема з урахуванням опору амперметра прийме вигляд, що показаний на рисунку.

За МКС сформуємо систему рівнянь:

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_3 & -R_1 & -R_3 \\ -R_1 & R_1 + R_2 + R_A & -R_A \\ -R_3 & -R_A & R_3 + R_4 + R_A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_E \\ I_2 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

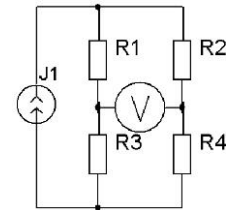


Після її розв'язку струм, що вимірює амперметр, дорівнює

$$I_A = I_4 - I_2.$$

Задача № 6

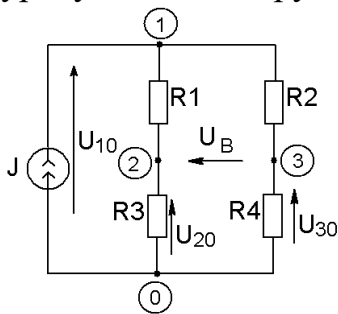
Визначити значення напруги, що вимірює вольтметр у колі з параметрами: $J_1 = 1 \text{ А}$. Опір вольтметра дорівнює ∞ .



Розв'язок до задачі № 6

Скористаємося методом вузлових напруг (МВН). Тоді схема з урахуванням опору вольтметра прийме вигляд, що показаний на рисунку.

За МВН сформуємо систему рівнянь:



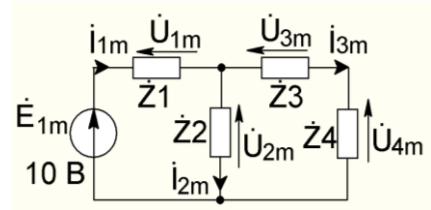
$$\begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_1 & -G_2 \\ -G_1 & G_1 + G_3 & 0 \\ -G_2 & 0 & G_2 + G_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ U_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Після її розв'язку напруга, що вимірює вольтметр, дорівнює

$$U_B = U_{20} - U_{30}.$$

Задача № 7

У схемі, наведеній на рисунку, визначити комплексні амплітуди зазначених на схемі струмів і напруг. За результатами розрахунку побудувати у вибраному масштабі векторну діаграму струмів і напруг.



Розв'язок до задачі № 7

Скористаємося методом контурних струмів (МКС). Вхідний контур має номер 1, вихідний – 2. Контури обходимо за часовою стрілкою.

Сформуємо систему рівнянь:

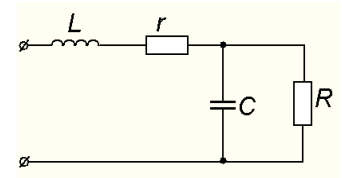
$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 & -\dot{Z}_2 \\ -\dot{Z}_2 & \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3 + \dot{Z}_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_{1m} \\ \dot{I}_{3m} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \dot{E}_{1m} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Після її розв'язку визначимо комплексні амплітуди струму \dot{I}_{2m} та усіх напруг:

$$\dot{I}_{2m} = \dot{I}_{1m} - \dot{I}_{3m}, \quad \dot{U}_{1m} = \dot{I}_{1m} \cdot \dot{Z}_1, \quad \dot{U}_{2m} = \dot{I}_{2m} \cdot \dot{Z}_2, \quad \dot{U}_{3m} = \dot{I}_{3m} \cdot \dot{Z}_3, \quad \dot{U}_{4m} = \dot{I}_{3m} \cdot \dot{Z}_4.$$

Задача № 8

Визначити резонансну частоту ω_0 , характеристичний опір ρ , вхідний опір $R_{екв}$, добротність Q та смугу прозорості $2\Delta\omega$ послідовного коливального контуру.



Розв'язок до задачі № 8

Резонансну частоту ω_0 та характеристичний опір ρ визначимо за формулами:

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}, \quad \rho = \sqrt{L/C}.$$

Вхідний опір дорівнює

$$R_{екв} = r + r_{вн}, \quad \text{де } r_{вн} = \frac{\rho^2}{R}.$$

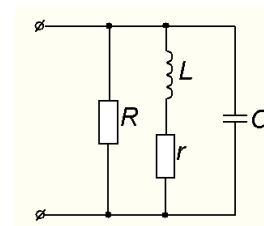
Добротність Q та смуга прозорості $2\Delta\omega$ розраховуються наступним

чином:

$$Q = \frac{\rho}{R_{екв}}, \quad 2\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}.$$

Задача № 9

Визначити резонансну частоту ω_0 , характеристичний опір ρ , вхідний опір $R_{екв}$, добротність Q та смугу прозорості $2\Delta\omega$ паралельного коливального контуру.



Розв'язок до задачі № 9

Резонансна частота ω_0 та характеристичний опір ρ визначимо за формулами:

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}, \quad \rho = \sqrt{L/C}.$$

Вхідний опір дорівнює

$$R_{екв} = \frac{R \cdot R_k}{R + R_k}, \quad \text{де } R_k = \frac{\rho^2}{r}.$$

Добротність Q та смуга прозорості $2\Delta\omega$ розраховуються наступним чином:

$$Q = \frac{R_{екв}}{\rho}, \quad 2\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}.$$

Задача № 10

Довгу лінію без втрат, що має погонну індуктивність $L_0 = 16 \text{ мкГн/м}$ та погонну ємність $C_0 = 100 \text{ пФ/м}$, навантажено на активний опір R_H . Визначити коефіцієнт відбиття напруги ρ_u та коефіцієнт стоячої хвилі КСВу.

Розв'язок до задачі № 10

Коефіцієнт відбиття напруги ρ_u та коефіцієнт стоячої хвилі КСВу визначаються за формулами:

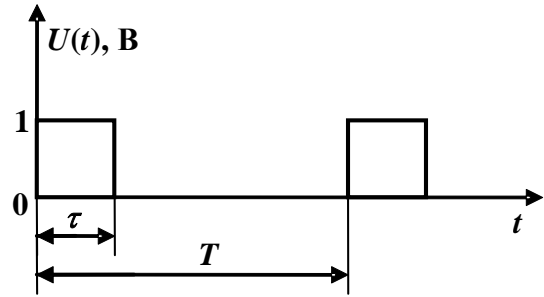
$$\rho_u = \frac{R_H - Z_{ХВ}}{R_H + Z_{ХВ}}, \quad КСВ_U = \frac{1 + |\rho_u|}{1 - |\rho_u|},$$

де $Z_{ХВ} = \sqrt{L_0/C_0}$ – хвильовий опір.

Задача № 11

Для періодичної послідовності прямокутних імпульсів зі шпаруватістю $T/\tau = M$ визначити:

- 1) стала складову;
- 2) співвідношення між амплітудами M -ої та першої гармоніки



Як зміниться стала складова, якщо імпульси будуть трикутними з тими ж тривалістю, амплітудою та шпаруватістю?

Розв'язок до задачі № 11

Стала складова дорівнює усередненій по періоду площі імпульсу:

$$U_0 = \frac{1}{T} \int_0^{\tau} U(t) dt.$$

У разі прямокутного імпульсу $U(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } 0 \leq t \leq \tau, \\ 0, & \text{при } \tau < t < T. \end{cases}$

$$\text{Тоді } U_0 = 1 \cdot \frac{\tau}{T} = 1 \cdot \frac{1}{M}.$$

У разі трикутного імпульсу $U(t) = \begin{cases} 1 \cdot t/\tau, & \text{при } 0 \leq t \leq \tau, \\ 0, & \text{при } \tau < t < T. \end{cases}$

$$\text{Тоді } U_0 = 1 \cdot \frac{\tau^2}{2\tau T} = 1 \cdot \frac{\tau}{2T} = 1 \cdot \frac{1}{2M}.$$

Послідовність прямокутних імпульсів за умови, що $M = T/\tau$, має наступні частотні складові:

$$U(t) = 1/M + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \sin\left(\frac{k\pi}{M}\right) \cos\left(2k\pi \frac{t}{T} + \varphi_k\right),$$

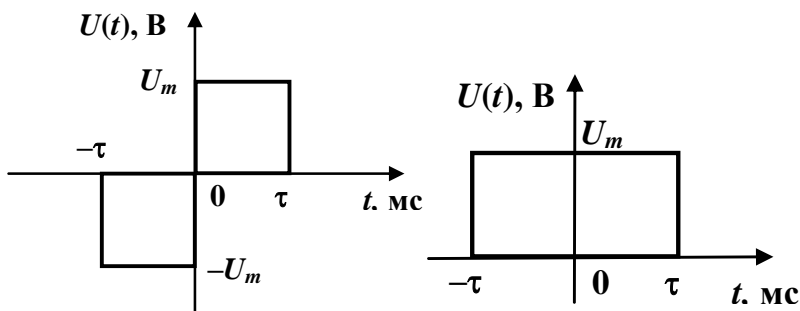
відповідно, M -та гармоніка ($k = M$) має амплітуду

$$U_M = \frac{2}{k\pi} \sin \frac{k\pi}{M} = \frac{2}{M\pi} \sin \frac{M\pi}{M} = 0,$$

тому її відношення до першої гармоніки дорівнює 0.

Задача № 12

Визначити сталу складову симетричного прямокутного імпульсу та фази усіх його спектральних складових ($U_m = 1 \text{ В}$). Побудувати фазовий спектр імпульсу.



Розв'язок до задачі № 12

Для непарного імпульсу стала складова

$$U_0 = \int_{-\tau}^{\tau} U(t) dt = -\int_{-\tau}^0 U_m dt + \int_0^{\tau} U_m dt = -U_m \tau + U_m \tau = 0,$$

а усі спектральні складові є синусними

$$\begin{aligned} S(j\omega) &= \int_{-\tau}^{\tau} U(t) e^{-j\omega t} dt = -2j \int_0^{\tau} U_m \sin \omega t dt = -2j U_m \frac{-\cos(\omega\tau) + 1}{\omega} = \\ &= -4j U_m \frac{\sin^2(\omega\tau/2)}{\omega}, \end{aligned}$$

тобто фази всіх складових дорівнюють $\varphi(f) = -90^\circ$.

Для парного імпульсу стала складова

$$U_0 = \int_{-\tau}^{\tau} U(t) dt = 2 \int_0^{\tau} U_m dt = 2U_m \tau,$$

а усі спектральні складові є косинусними

$$S(j\omega) = \int_{-\tau}^{\tau} U(t) e^{-j\omega t} dt = 2 \int_0^{\tau} U_m \cos \omega t dt = 2U_m \frac{\sin(\omega\tau)}{\omega},$$

тобто фази складових стрибають на -180° на частотах $f_k = \frac{k}{2\tau}$ ($k=1,2,\dots$) та

на $+180^\circ$ на частотах $f_k = -\frac{k}{2\tau}$ ($k=1,2,\dots$). На ділянці $-\frac{1}{2\tau} < f < \frac{1}{2\tau}$ фази складових дорівнюють нулю.

Задача № 13

Максимальне значення обвідної амплітудно-модульованого коливання дорівнює $U_{0\max} = 2,5$ В, мінімальне значення обвідної – $U_{0\min} = 1,5$ В. Визначити глибину модуляції АМ-коливання m .

Розв'язок до задачі № 13

Глибина амплітудної модуляції дорівнює:

$$m = \frac{U_{0\max} - U_{0\min}}{U_{0\max} + U_{0\min}}.$$

Задача № 14

Низькочастотне інформаційне коливання є сумою трьох гармонік частоти $F_1 = 100$ Гц. Визначити амплітуду підсумкового коливання, якщо співпадають фази складових, та ширину спектра радіосигналу, утвореного з інформаційного методом амплітудної модуляції (АМ).

Розв'язок до задачі № 14

Інформаційне коливання має вигляд:

$$U_{HЧ}(t) = U_{1m} \cos \Omega_1 t + U_{2m} \cos 2\Omega_1 t + U_{3m} \cos 3\Omega_1 t, \quad \text{де } \Omega_1 = 2\pi F_1.$$

Амплітуда підсумкового коливання, якщо співпадають фази складових, дорівнює

$$U_{HЧ \max} = U_{1m} + U_{2m} + U_{3m}.$$

АМ сигнал визначається за формулою:

$$\begin{aligned} U_{AM}(t) &= [1 + mU_{HЧ}(t) / U_{HЧ \max}] \cos \omega_0 t = \\ &= \cos \omega_0 t + \frac{mU_m / U_{HЧ \max}}{2} [\cos(\omega_0 + \Omega_1)t + \cos(\omega_0 - \Omega_1)t + \cos(\omega_0 + 2\Omega_1)t + \\ &\quad + \cos(\omega_0 - 2\Omega_1)t + \cos(\omega_0 + 3\Omega_1)t + \cos(\omega_0 - 3\Omega_1)t]. \end{aligned}$$

Ширина спектру дорівнює різниці найбільшої та найменшої частот спектра:

$$\begin{aligned} 2\Delta\omega &= (\omega_0 + 3\Omega_1) - (\omega_0 - 3\Omega_1) = 6\Omega_1, \\ 2\Delta f &= 6F_1. \end{aligned}$$

Задача № 15

Визначити значення частот і відносних амплітуд спектральних складових струму нелінійного елемента, ВАХ якого подається виразом $i = ku^2$. На вході елемента діє коливання, що складається з суми двох синусоїд рівних за амплітудами $U_m = 1$ В із частотами F_1 та F_2 .

Розв'язок до задачі № 15

Вхідне коливання має вигляд

$$u(t) = U_m (\cos 2\pi F_1 t + \sin 2\pi F_2 t).$$

Струм нелінійного елемента має вигляд

$$\begin{aligned} i(t) &= ku^2(t) = kU_m^2 [\cos(2\pi F_1 t) + \cos(2\pi F_2 t)]^2 = \\ &= kU_m^2 [\cos^2(2\pi F_1 t) + 2\cos(2\pi F_1 t)\cos(2\pi F_2 t) + \cos^2(2\pi F_2 t)] = \\ &= kU_m^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2 \cdot 2\pi F_1 t) + \cos 2\pi(F_1 - F_2)t + \cos 2\pi(F_1 + F_2)t + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2 \cdot 2\pi F_2 t) \right] \end{aligned}$$

Частоти складових і їхні відносні амплітуди візьмемо з виразу і подамо у вигляді таблиці

Частоти	0	$2F_1$	$2F_2$	$F_1 - F_2$	$F_1 + F_2$
Відносні амплітуди	1	0,5	0,5	1	1

Задача № 16

Визначити значення найвищої частоти складових струму нелінійного елемента, ВАХ якого подається виразом $i = ku^2$. На вході елемента діє коливання, що складається з суми двох синусоїд частотами F_1 та F_2 та однакових за амплітудами $U_m = 1$.

Розв'язок до задачі № 16

Вхідне коливання має вигляд

$$u(t) = U_m (\cos 2\pi F_1 t + \sin 2\pi F_2 t).$$

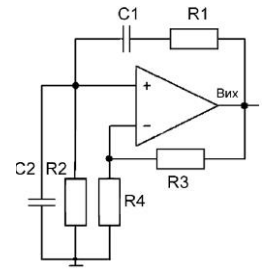
Струм нелінійного елемента подається виразом

$$\begin{aligned} i(t) &= ku^2(t) = kU_m^2 [\cos(2\pi F_1 t) + \cos(2\pi F_2 t)]^2 = \\ &= kU_m^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2 \cdot 2\pi F_1 t) + \cos 2\pi(F_1 - F_2)t + \cos 2\pi(F_1 + F_2)t + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2 \cdot 2\pi F_2 t) \right] \end{aligned}$$

Найвища частота на виході нелінійного елемента може дорівнювати максимальній з двох: $2F_1, 2F_2$.

Задача № 17

Визначити частоту генерації ω_r RC-генератора з колом Віна, та R_3 , що задовольняє умови його збудження, якщо $R_1 = R_2$, $C_1 = C_2$.

**Розв'язок до задачі № 17**

Збудження генератора з колом Віна відбувається на частоті

$$\omega_r = \frac{1}{R_1 C_1}.$$

Коефіцієнт передачі кола Віна на частоті ω_r дорівнює $1/3$.

Звідси, генератор самозбудиться, коли коефіцієнт підсилення підсилювача стане $K_y > 3$. Коефіцієнт підсилення неінвертувального підсилювача дорівнює

$$K_y = 1 + R_3 / R_4 > 3.$$

Тобто,

$$R_3 > (K_y - 1) \cdot R_4 = (3 - 1) \cdot R_4 = 2 \cdot R_4.$$