

Коефіцієнт  $\beta$  називається індексом кутової модуляції. Він визначає інтенсивність коливання початкової фази. Тоді миттєва частота визначається як:

$$\omega(t) = \frac{d\Psi(t)}{dt} = \omega_0 + \beta\omega_s \cos(\omega_s t)$$

З даної формули випливає, що максимальне відхилення миттєвої частоти від середнього значення  $\omega_0$  складає  $\beta\omega_s$ . Ця величина називається девіацією частоти та позначається  $\omega_d$ .

Відповідно індекс кутової модуляції визначається за формулою:

$$\beta = \frac{\omega_d}{\omega_s}$$

Основні переваги ЧМ у порівнянні з АМ:

- вища завадостійкість;
- енергетично більш вигідна, так як пелюстки корисного сигналу більші за амплітудою за частоту носій.

Основні недоліки ЧМ у порівнянні з АМ:

- більш широкий спектр, тому можна використовувати тільки на високих частотах;
- потребує більш складної конструкції модулятора та демодулятора.

## 2.4 Фільтрація

В аналоговій обробці сигналів під фільтрами розуміють пристрої для виділення бажаних компонентів спектру електричного сигналу та подавлення не бажаних.. В цифровій обробці сигналів під дискретними (цифровими) фільтрами розуміють програмні чи апаратні засоби для будь-якого оброблення дискретних сигналів, які (засоби) мають властивості лінійності та стаціонарності. Нижче мова буде про цифрові та аналогові фільтри з точки зору систем зміни спектральних складових вхідних сигналів.

### 2.4.1 Класифікація фільтрів

За формою амплітудно-частотної характеристики розрізняють 4 типи фільтрів:

- фільтри низьких частот — це фільтри, які пропускають частоти, менші за частоту зрізу фільтра  $f_c$  (рис. 2.6а);
- фільтри високих частот — це фільтри, які пропускають частоти, більші за частоту зрізу фільтра  $f_c$  (рис. 2.6б);
- смугові (смугопр пропускаючі) фільтри — це фільтри, які пропускають частоти, що належать діапазону частот від  $f_{c1}$  до  $f_{c2}$  (рис. 2.6в);

- режекторні (смугопридушуючі) фільтри — це фільтри, які пропускають частоти, що не належать діапазону частот від  $f_{c1}$  до  $f_{c2}$  (рис. 2.6г).

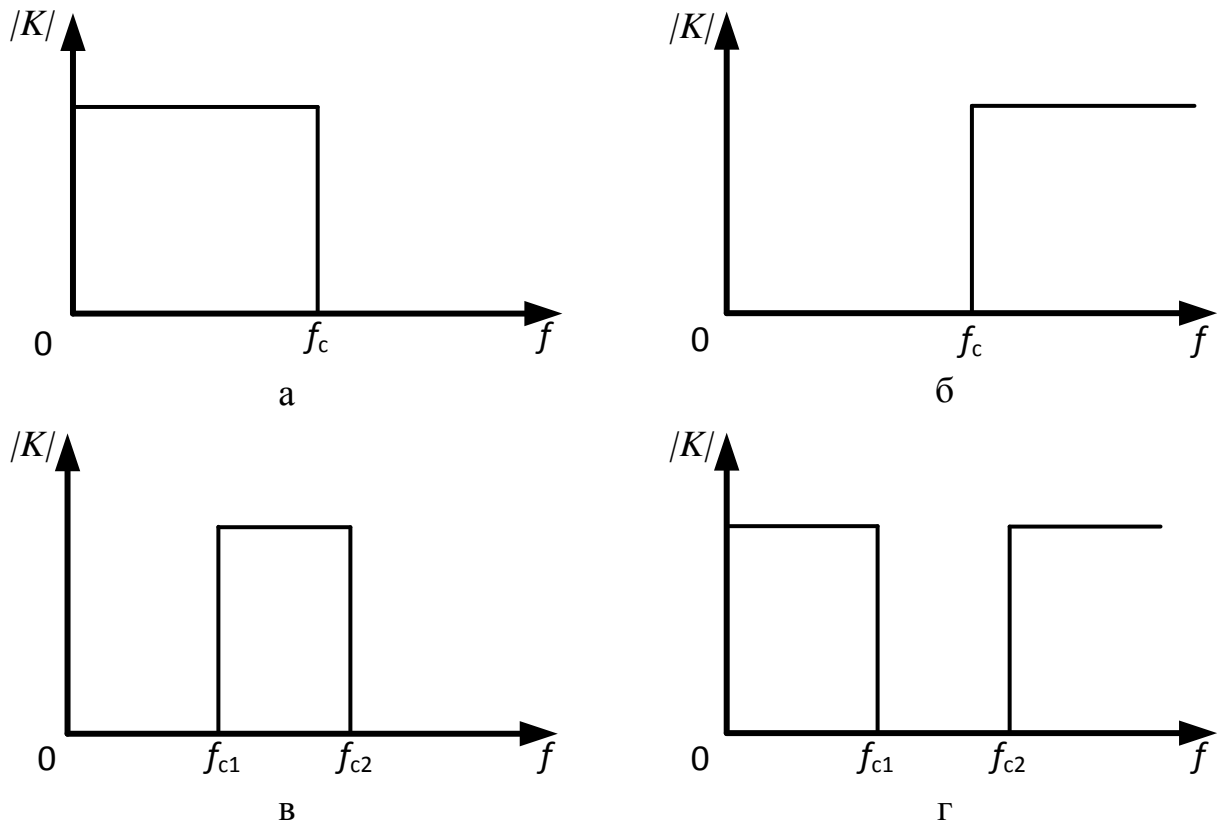


Рисунок 2.6 — Ідеальні амплітудно-частотні характеристики фільтрів різних типів

Зрозуміло, що реалізувати ідеальну АЧХ не можливо, тому в процесі проектування фільтрів використовують різні методи апроксимації АЧХ фільтру.

За функцією апроксимації АЧХ фільтру розрізняють:

- фільтри Батерворта — головною перевагою яких є відсутність пульсацій в смузі пропускання, проте вони мають повільний спад АЧХ в смузі загородження, тому реалізувати високовибіркові фільтри складно та дорого, так як потрібно забезпечити високий порядок фільтру (рис. 2.7а);
- фільтри Чебишева першого та другого роду — мають значно крутіший спад АЧХ, проте мають пульсації в смузі пропускання (1 роду, рис. 2.7б) або в смузі загородження (2 роду, рис. 2.7в);
- еліптичні фільтри (фільтри Кауера) — мають найвищу крутість спаду АЧХ, проте є пульсації як в смузі пропускання, так і в смузі загородження з більш низькою ефективністю придушення в ній (рис. 2.7г).

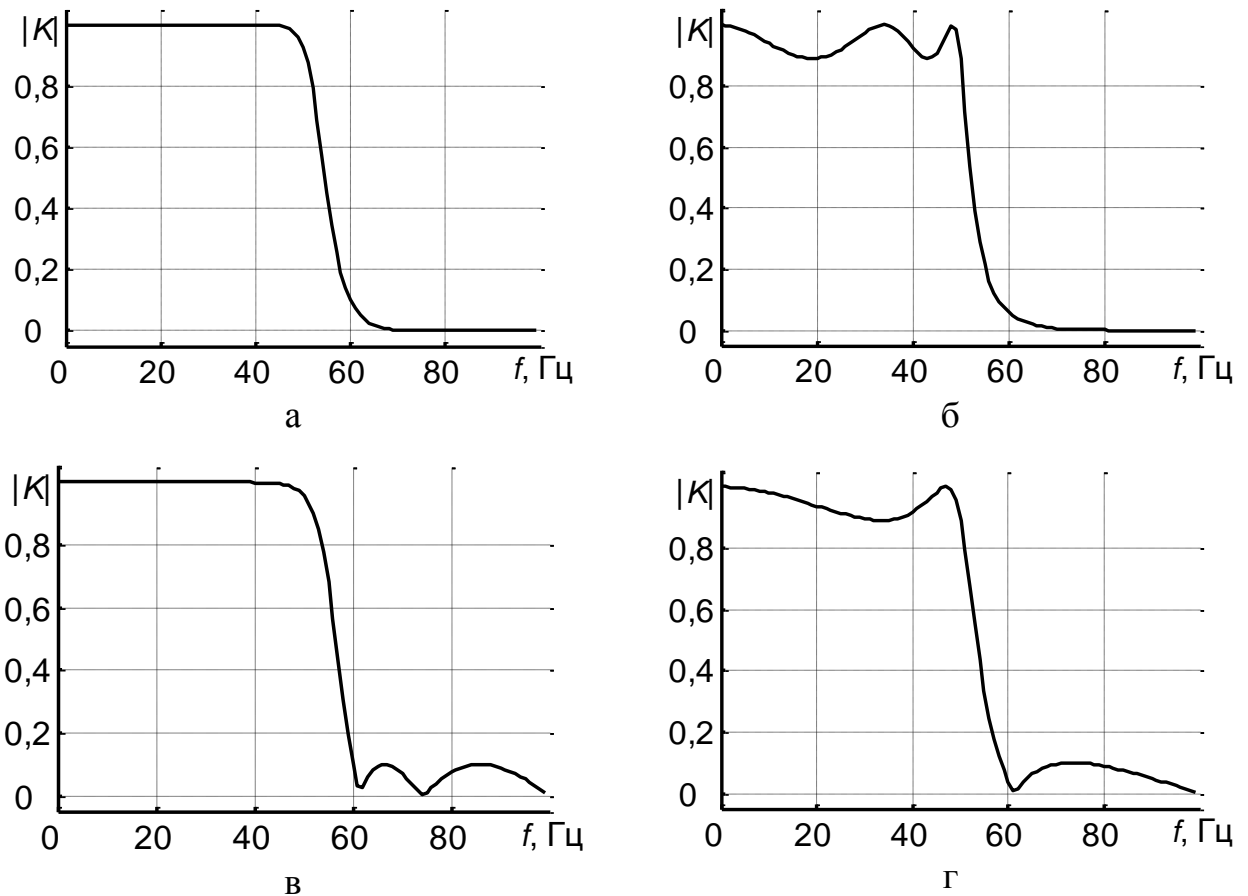


Рисунок 2.7 — Класифікація фільтрів за апроксимуючим поліномом

Крім вищеперерахованих розрізняють ще фільтри Беселя (які мають гладку фазо-частотну характеристику), Лагранжа, Габора, Гауса тощо.

#### 2.4.2 Основні параметри фільтрів

**Частота зрізу,  $f_c$**  (англ., *cutoff frequency*) — частота вище чи нижче якої потужність вихідного сигналу зменшується в два рази у порівнянні з потужністю в смузі пропускання. АЧХ на частоті зрізу має спад до рівня  $-3\text{дБ}$ .

**Передавальна функція** (англ., *transfer function*) — це відношення зображень по Лапласу вихідної величини до вхідної.

$$K(p) = \frac{L\{U_{\text{вих}}(t)\}}{L\{U_{\text{вх}}(t)\}} = \frac{a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \dots + a_1 p + a_0}{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_1 p + b_0} \quad (2.2)$$

де  $a_i, b_i$  — коефіцієнти диференційного рівняння, яке описує зв'язок між вхідними та вихідними параметрами системи.

Максимальне значення  $m$  чи  $n$  визначає **порядок фільтру**. В свою чергу порядок фільтру визначає кількість реактивних елементів, які потрібно використати для реалізації фільтру (у випадку реалізації пасивного фільтру) або кількість операційних підсилювачів та реактивних елементів (у випадку реалізації

активного фільтру), або ж кількість відліків, над якими потрібно виконати певні операції (при реалізації цифрового фільтру).

З формули 2.2 шляхом підстановки  $p = j\omega$  можна отримати комплексний коефіцієнт передачі, модуль якого визначає **амплітудно-частотну характеристику фільтру**, а аргумент — **фазо-частотну характеристику**.

Для смугових та режекторних фільтрів вводять додаткові параметри, такі як: резонансна частота, добротність, смуга пропускання (придушення).

### 2.4.3 Проектування фільтрів

При проектуванні реальних фільтрів задаються параметри так званого «коридору АЧХ» (рис. 2.8), тобто значення нерівномірності АЧХ в смузі пропускання  $R_p$ , значення послаблення в смузі загородження  $R_s$  та відповідні частоти  $f_p$  — границя смуги пропускання та  $f_s$  — границя смуги загородження.

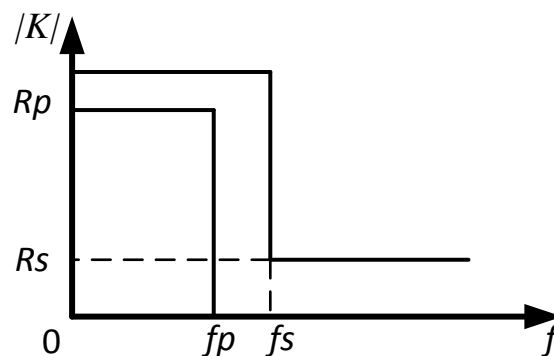


Рисунок 2.8 — Коридор АЧХ

Потім в залежності від обраного апроксимуючого поліному розраховується необхідний порядок фільтру та частота зрізу. За визначеним порядком та частотою зрізу визначають значення коефіцієнтів передавальної функції  $a_i$  та  $b_i$ . Далі в залежності від обраного способу реалізації відбувається розрахунок параметрів елементів схеми.

### 2.4.4 Цифрові фільтри

Основними перевагами цифрових фільтрів над аналоговими є:

- висока точність, в аналогових фільтрах точність обмежена допусками на елементи;
- стабільність, так як відсутній дрейф параметрів в залежності від умов зовнішнього середовища;
- гнучкість в налаштуванні та легкість зміни параметрів фільтрів;
- компактність.

Недоліки цифрових фільтрів у порівнянні з аналоговими:

- обмеження робочого діапазону частот частотою Найквіста;
- проблеми з роботою в режимі реального часу, так як всі обрахунки повинні закінчитися за період дискретизації;

- для високої точності фільтру потрібні АЦП та ЦАП високої розрядності.

Процес дискретної фільтрації полягає в підсумовування деякої кількості вхідних та попередніх вихідних відліків:

$$y(k) = b_0x(k) + b_1x(k-1) + \dots + b_mx(k-m) - a_1y(k-1) - a_2y(k-2) - \dots - a_ny(k-n)$$

де  $b_i$  — коефіцієнти вхідних відліків;

$a_i$  — коефіцієнти вихідних відліків.

В залежності від того, які відліки приймають участь у формування вихідного значення розрізняють:

- фільтри з скінченною імпульсною характеристикою (англ., *finite impulse response*) або нерекурсивні фільтри — для розрахунку використовуються лише вхідні відліки, скорочено позначаються як КІХ-фільтри (англ., *FIR*). Має кінцеву імпульсну характеристику;
- фільтри з безкінечною імпульсною характеристикою (англ., *infinite impulse response*) або рекурсивні фільтри — для розрахунку використовуються як вхідні, так і попередні вихідні відліки. Характеризується безкінечною імпульсною характеристикою, тому можуть бути не стійкими.

Передавальна функція дискретної системи визначається як відношення  $z$ -перетворень вихідного сигналу до вхідного, тобто:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_mz^{-m}}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_nz^{-n}}$$

В загальному випадку при проектуванні цифрових фільтрів необхідно знайти значення набору коефіцієнтів  $a_i$  та  $b_i$  передавальної функції дискретного фільтру  $H(z)$ . Є два основні підходи до синтезу цифрового фільтру: синтез з використанням аналогового фільтру прототипу та прямі методи синтезу.

Синтез за аналоговим фільтром-прототипом полягає в перетворенні передавальної функції попередньо розрахованого аналогового фільтру в передавальну функцію цифрового фільтру. Виокремлюють два методи такого перетворення: метод білінійного  $z$ -перетворення та метод інваріантної імпульсної характеристики.

Прямі методи синтезу поділяються на оптимальні та субоптимальні.

Цифрові фільтри поділяються на два великі класи в залежності від даних, які використовуються для розрахунку

Типові схеми реалізації цифрового фільтру зображено на рис. 2.9

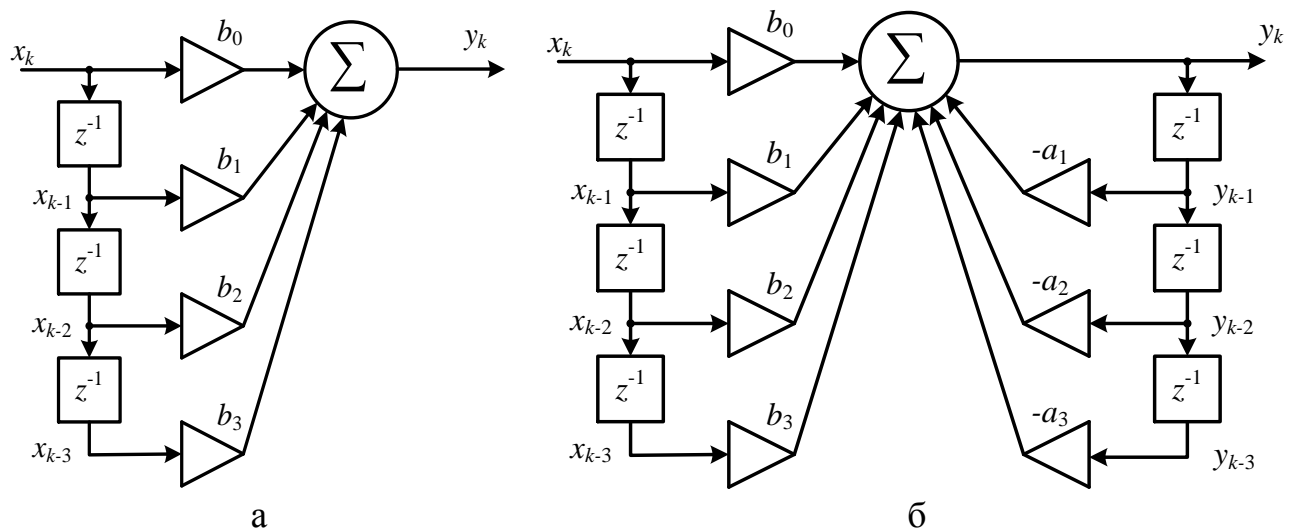


Рисунок 2.9 — Типова схема реалізації КІХ-фільтру (а) та БІХ-фільтру (б)

На рис. 2.9 квадратами позначено елементи пам'яті, які реалізують затримку, трикутниками — помножувачі.

## 2.5 Передавання даних

**Передавання даних** — перенесення даних у вигляді сигналів з одного місця в інше (чи інші місця) через канали зв'язку.

**Канал зв'язку** — система технічних засобів та середовище розповсюдження сигналів для одностороннього передавання даних від відправника до отримувача.

**Основні параметри:**

- Ефективна смуга частот, або смуга пропускання;
- Динамічний діапазон — логарифм відношення максимальної потужності сигналу до мінімальної;
- Пропускаюча здатність — максимально можлива швидкість передачі даних через канал. Розрізняють номінальну швидкість (загальна кількість переданих даних) та ефективну (корисні дані без службової інформації);
- Завадостійкість — логарифм відношення потужності сигнал/шум.

**Канал передачі даних** — мінімум два канали зв'язку, що передають дані в двох протилежних напрямках.

**Інтерфейс** (англ. Interface) — сукупність засобів, методів і правил взаємодії (управління, контролю і т. д.) між елементами системи.

**Протокол передавання даних** — набір угод інтерфейсу логічного рівня, які визначають обмін даними між різними програмами. Вони визначають спосіб передачі повідомлень і обробки помилок при взаємодії програмного забезпечення рознесеного на просторі апаратної платформи, з'єднаної тим чи іншим інтерфейсом.